METODE REGRESI BERBANTUAN KOMPUTER UNTUK PEMODELAN MATEMATIS DATA

Oleh:
Sujono , ST.MT

Program Studi Teknik Elektro
Fakultas Teknik - Universitas Budi Luhur
e-mail : soejon@yahoo.com , sujono@bl.ac.id

Abstract

In so many case, we often faced to a group of data which must be processed and analysed to proved a good conclusion. Once of them is how to creat a mathematical model. Why? By that mathematical model, we can approximate the value of data were possible happened.In this paper will discused how to creat the mathematical model of data by regretion methode based on personal computer programing.

Keyword : Mathematical model, Regretion

1. Pendahuluan

Metode yang cukup populer dalam penentuan model matematis matematis adalah metode regresi. Dengan metode regresi ini kita bisa menentukan suatu fungsi matematis yang didalamnya mengandung konstanta-konstanta. Data-data yang ada sebagai referensi dalam menentukan konstanta-konstanta yang diperlukan untuk menentukan fungsi matematis tersebut.

2. Metode Regresi

Dalam sekumpulan data adalah sangat mungkin terdapat berbagai macam hubungan matematis yang bisa ditetapkan. Diantaranya adalah fungsi linear, polinomial, linear ganda, linier dengan multivariabel. Metode regresi yang dipakai sangat ditentukan oleh bentuk fungsi matematis yang diinginkan sebagai keluarannya.

2.1. Regresi Linear

Pada metode regresi linear ini fungsi matematis yang akan dihasilkan adalah fungsi linear dengan satu variabel. Sebagai contoh berikut diberikan sekumpulan data yang menunjukan nilai-nilai x dan y yang sesuai sebanyak n pasang data. Kemudian akan ditentukan suatu fungsi matematis yang mewakili hubungan antara y dan x yang linear.

Tabel 1. Data nilai x dan y

No	Nilai ' x '	Nilai ' y '
1	2	6
2	3	8
3	4	10
.	.	.
.	.	.
n	25	52

Bentuk umum yang menyatakan nilai y sebagai fungsi linear dari x adalah sebagai berikut :

$$y(x) = A_1 x + A_0 \qquad \text{.........(1)}$$

Pada persamaan (1) tersebut terdapat konstanta A_1 dan A_0 yang belum diketahui. Metode regresi linear akan berperan dalam penentuan nilai-nilai A_1 dan A_0 tersebut. Sesuai dengan aturan dalam metode regresi linear maka niali kedua konstanta tersebut dapat dicari dengan persamaan-persamaan sebagai berikut :

$$A_1 = \frac{n \sum_{i=1}^{n} (x_i . y_i) - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2} \qquad \text{.........(2)}$$

$$A_0 = \overline{y} - A_1 . \overline{x} \qquad \text{.........(3)}$$

2.2. Regresi Polinomial

Polinomial orde m dalam variabel x adalah bentuk persamaan dalam x yang terdi dari sederetan fungsi x dengan pangkat tertinggi adalah m.

$$y(x) = A_0 + A_1\; x + A_2\; x^2 + A_3\; x^3 + ... + A_m\; x^m \text{ .... } \mathit{(4)}$$

Dari data yang pada **tabel 1** kita dapat menentukan nilai pendekatan dari y sebagai fungsi polinomial dalam x dengan orde m dengan cara menentukan konstanta-konstanta A1, A2, …, Am pada persamaan (4) sesuai dengan aturan regresi polinomial.

Sebagai langkah pertama kita menyusun persamaan-persamaan yang diperlukan dalam proses regresi polinomial sebagai berikut :

$$\begin{array}{llllllll}
A_0 & + A_1\,\Sigma x_i & + A_2\,\Sigma x_i^2 & + A_3\,\Sigma x_i^3 & + & \ldots & + A_m\,\Sigma x_i^m & = \Sigma y_i \\
A_0\,\Sigma x_i & + A_1\,\Sigma x_i^2 & + A_2\,\Sigma x_i^3 & + A_3\,\Sigma x_i^4 & + & \ldots & + A_m\,\Sigma x_i^{m+1} & = \Sigma x_i.yi \\
A_0\,\Sigma x_i^2 & + A_1\,\Sigma x_i^3 & + A_2\,\Sigma x_i^4 & + A_3\,\Sigma x_i^5 & + & \ldots & + A_m\,\Sigma x_i^{m+2} & = \Sigma x_i^2.yi \\
\ldots & + \ldots & + \ldots & + \ldots & + & \ldots & + \ldots & = \ldots \\
\ldots & + \ldots & + \ldots & + \ldots & + & \ldots & + \ldots & = \ldots \\
A_0\Sigma x_i^m & + A_1\Sigma x_i^{m+1} & + A_2\Sigma x_i^{m+2} & + A_3\Sigma x_i^{m+3} & + & \ldots & + A_m\,\Sigma x_i^{2m} & = \Sigma x_i^m.yi
\end{array}$$

Langkah kedua yang harus dilakukan adalah mengubah persamaan diatas ke bentuk persamaan matrik, yaitu X . A = Y sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix}
n & \sum x_i & \sum x_i^{\,2} & \ldots & \sum x_i^{\,m} \\
\sum x_i & \sum x_i^{\,2} & \sum x_i^{\,3} & \ldots & \sum x_i^{\,m+1} \\
\sum x_i^{\,2} & \sum x_i^{\,3} & \sum x_i^{\,4} & \ldots & \sum x_i^{\,m+2} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
\sum x_i^{\,m} & \sum x_i^{\,m+1} & \sum x_i^{\,m+2} & \ldots & \sum x_i^{\,2m}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ \ldots \\ A_m \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^{\,2} y_i \\ \ldots \\ \sum x_i^{\,m} y_i \end{bmatrix} . \mathit{(5)}$$

Dari persamaan (5) didapat elemen-elemen dari masing-masing matrik sebagai berikut :

1. Matriks X (m x m) :

X_{11} = n

X_{ab} = $\sum_{i=1}^{m} x_i^{(a+b-2)}$ dimana a dan b = 1, 2, 3, …, m (X_{ab} adalah elemen matriks X pada baris a dan kolom b).

2. Matriks Y (m x 1) :

Y_a = $\sum_{i=1}^{m} x_i^{a-1} y_i$ dimana a = 1,2,3,…,m (Ya1 adalah elemen matriks Y pada baris a).

Langkah ketiga adalah menentukan nilai-nilai A_0, A_1, A_2, …, A_m. Hal ini dapat dilakukan dengan berbagai alternatif penyelesaian. Diantaranya adalah metode iterasi Gauss Seidel, metode matrik segitiga atas, atau metode invers matrik

Setelah nilai-nilai konstanta A_0, A_1, A_2, …, A_m didapatkan maka persamaan polinomial yang diinginkan dapat dibentuk dengan mudah sesuai dengan persamaan (4).

2.3. Regresi Linear Untuk Fungsi Dengan Variabel Banyak (Multivariabel)

Jika nilai y merupakan suatu fungsi linear dengan m variabel banyak dapat dituliskan secara matematis sebagai berikut :

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_m)$$
$$= A_0 + A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + \ldots + A_m x_m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(6)$$

Sebagai contoh berikut ini diberikan data-data yang akan ditentukan fungsi matematisnya. Data-data tersebut adalah seperti pada **tabel 2** berikut ini.

Tabel 2.
Sekumpulan data y, x_1, x_2, x_3, …, x_m untuk penentuan fungsi linear dengan m variabel.

No	Nilai y	Variabel (x_1, x_2, x_3, … , x_m)				
		x_1	x_2	x_3	…	x_m
1	y_1	x_{11}	x_{21}	x_{31}	…	x_{m1}
2	y_2	x_{12}	x_{22}	x_{32}	…	x_{m2}
3	y_3	x_{13}	x_{23}	x_{33}	…	x_{m3}
4	y_4	x_{14}	x_{24}	x_{34}	…	x_{m4}
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
…	…	…	…	…	…	…
n	y_n	x_{1n}	x_{2n}	x_{3n}	…	x_{mn}

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penyelesaian regresi linear untuk fungsi dengan variabel banyak adalah tidak jauh berbeda dengan tahapan yang dilakukan pada metode regresi polinomial. Berdasarkan aturan yang ada regresi fungsi linear dengan m variabel adalah sebagai berikut :

$$
\begin{array}{lllllll}
n.A_0 & + A_1.\Sigma x_{1i} & + A_2.\Sigma x_{2i} & + A_3.\Sigma x_{3i} & + \;\ldots & + A_m.\Sigma x_{mi} & = \Sigma y_i \\
A_0.\Sigma x_{1i} & + A_1.\Sigma x_{1i}^2 & + A_2.\Sigma x_{2i}\, x_{1i} & + A_3.\Sigma x_{3i}\, x_{1i} & + \;\ldots & + A_m.\Sigma x_{mi}\, x_{1i} & = \Sigma x_{1i}\, y_i \\
A_0.\Sigma x_{2i} & + A_1.\Sigma x_{1i}\, x_{2i} & + A_2.\Sigma x_{2i}^2 & + A_3.\Sigma x_{3i}\, x_{2i} & + \;\ldots & + A_m.\Sigma x_{mi}\, x_{2i} & = \Sigma x_{2i}\, y_i \\
A_0.\Sigma\, x_{3i} & + A_1.\Sigma x_{1i}\, x_{3i} & + A_2.\Sigma x_{2i}\, x_{3i} & + A_3.\Sigma x_{3i}^2 & + \;\ldots & + A_m.\Sigma x_{mi}\, x_{3i} & = \Sigma x_{3i}\, y_i \\
\ldots & + \ldots & + \ldots & + \ldots & + \;\ldots & + \ldots & = \ldots \\
A_0.\Sigma x_{mi} & + A_1.\Sigma x_{1i}\, x_{mi} & + A_2.\Sigma x_{2i}\, x_{mi} & + A_3.\Sigma x_{3i}\, x_{mi} & + \;\ldots & + A_m.\Sigma x_{mi}^2 & = \Sigma x_{mi}\, y_i
\end{array}
$$

Bilai persamaan-persamaan dibentuk dalam perkalian matrik X . A = Y adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_{1i} & \sum x_{21} & \sum x_{31} & \dots & \sum x_{mi} \\ \sum x_{1i} & \sum x_{1i}^{2} & \sum x_{21}x_{1i} & \sum x_{3i}x_{1i} & \dots & \sum x_{mi}x_{1i} \\ \sum x_{2i} & \sum x_{1i}x_{2i} & \sum x_{2i}^{2} & \sum x_{31}x_{2i} & \dots & \sum x_{mi}x_{2i} \\ \sum x_{31} & \sum x_{1i}x_{31} & \sum x_{2i}x_{31} & \sum x_{31}^{2} & \dots & \sum x_{mi}x_{31} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum x_{mi} & \sum x_{1i}x_{mi} & \sum x_{2i}x_{mi} & \sum x_{31}x_{mi} & \dots & \sum x_{mi}^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \dots \\ A_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i x_{1i} \\ \sum y_i x_{1i} \\ \sum y_i x_{1i} \\ \sum y_i x_{1i} \\ \sum y_i x_{1i} \end{bmatrix} \quad .\,(7)$$

Dari persamaan (7) didapat elemen-elemen dari masing-masing matrik sebagai berikut :

1. **Matriks X (m x m) :**

   a. Untuk elemen pada baris 1 dan elemen pada kolom 1 :

   $X_{11} = n$

   $X_{12} = X_{21} = \Sigma x_{1i}$

   $X_{13} = X_{31} = \Sigma x_{3i}$

   $X_{14} = X_{41} = \Sigma x_{4i}$

   $X_{1m} = Xm_1 = \Sigma x_{mi}$

   b. Untuk elemen-elemen yang lainnya (Xab = elemen matrik X pada baris a, kolom b) :

   $X_{ab} = \sum_{i=1}^{m} x_{(a-1)i} y_{(b-1)i}$ dimana a dan b = 2, 3, …, m (X_{ab} adalah elemen matriks X pada baris a dan kolom b).

2. **Matriks Y (m x 1) :**

   a. Untuk elemen matriks y pada baris 1 : $Y_1 = \Sigma y_i$

   $Y_a = \sum_{i=1}^{m} x_{(a-1)i}\ y_i$ dimana a = 2,3,…,m (Ya adalah elemen matriks Y pada baris a).

Seperti halnya pada metode regresi polinomial, untuk selanjutnya dari persamaan (7) kita dapat menentukan nilai-nilai A_0, A_1, A_2, …, A_m . Setelah nilai-nilai konstanta A_0, A_1, A_2, …, A_m didapatkan maka persamaan polinomial yang diinginkan dapat dibentuk dengan mudah sesuai dengan persamaan (6).

3. Perencanaan Komputerisasi

Dari semua pembahasan sebelumnya, maka sangatlah berat bila kita lakukan perhitungan secara manual.Untuk itu dalam proposal ini akan direncanakan suatu program komputer untuk membantu menyelesaikan dan mengatasi permasalahan tersebut. Adapun perangkat lunak yang akan dipakai adalah Delphi dengan versi 5 yang mampu memberikan visualisasi tampilan yang baik secara grafis. Dengan hal tersebut diharapkan akan lebih memperjelas bagi pemakai.

Bagian utama dari program komputer dalam memecahkan berbagai jenis pendekatan di atas adalah meliputi :

1. Bagian input data
2. Penampilan titik data
3. Bagian menu pilihan untuk jenis metode regresi yang dikehendaki
4. Bagian perhitungan
5. Bagian penampilan secara grafis untuk fungsi yang diperoleh dari regresi yang telah dilakukan

Bagian input data merupakan proses awal sebelum proses yang lain dilakukan. Dari data yang dimasukkan akan ditampilkan posisi titik data tersebut, sehingga pemakai akan mengetahui posisinya. Ada kemungkinan hal ini akan membantu dalam menentukan jenis metode regresi yang akan dipilih. Berdasarkan data yang dimasukkan dan jenis regresi yang diinginkan maka proses selanjutnya bisa dilaksanakan.

4. Pengujian dan Analisa

Dari perancangan dan pembuatan aplikasi komputer untuk pemodelan yang telah dilakukan, akan diuji untuk diterapkan pada beberapa data yang didapatkan dari suatu fungsi matematis yang telah diketahui.

4.1. Pengujian Fungsi Linear f(x) = 5.x + 1

Pengujian pertama dilakukan dengan memilih salah satu fungsi linear yaitu f(x)=5.x + 1. Dari fungsi f(x) tersebut dapat dihasilkan data perhitungan untuk melakukan pengujian sebagai berikut :

Tabel 3 :
Data nilai x dan Y=f(x) untuk pengujian program

x	Y = f(x)
1	6
2	11
3	16
4	21
5	26
6	31
7	36
8	41
9	46
10	51

Dari data tersebut kemudian dimasukkan ke dalam program untuk ditentukan fungsi linear hasil regresi. Dari ekskusi program didapatkan hasil f(x) = 5x + 1. Jika dilakukan perhitungan ulang untuk nilai y menggunakan f(x) regresi didapatkan hasil seperti pada **tabel 4**.

Dari data pada **tabel 4**, terlihat bahwa hasil pehitungan menggunakan regresi untuk fungsi linear sederhana sangat akurat. Hal ini ditunjukkan dengan nilai kesalahan yang sama dengan nol.

Tabel 4.
Hasil Perhitungan dengan regresi

x	$Y_{dari\ f(x)}$	$Y_{hasil\ regresi}$	% Kesalahan
1	6	6	0.00
2	11	11	0.00
3	16	16	0.00
4	21	21	0.00
5	26	26	0.00
6	31	31	0.00
7	36	36	0.00
8	41	41	0.00
9	46	46	0.00
10	51	51	0.00

4.2. Pengujian Program Dengan Fungsi $f(x) = x^2 + 0,319\ x + 0,21$

Pada pengujian kali ini pada prinsipnya sama dengan pengujian sebelumnya, akan tetapi fungsi yang digunakan adalah fungsi kuadrat yaitu $f(x) = x^2 + 0,319\ x + 0,21$.

Tabel 5.
Hasil Perhitungan dengan regresi

x	$Y_{dari\ f(x)}$	$Y_{hasil\ regresi}$	% Kesalahan
1	1.529	1.37874	9.83
2	4.848	4.76434	1.73
3	10.167	10.13594	0.31
4	17.486	17.49354	0.04
5	26.805	26.83714	0.12
6	38.124	38.16674	0.11
7	51.443	51.48234	0.08
8	66.762	66.78394	0.03
9	84.081	84.07154	0.01
10	103.400	103.3451	0.05

Data hasil pengujiannya adalah seperti yang tercantum pada **tabel 5.** Dari data di atas terlihat bahwa hasil pehitungan menggunakan regresi untuk fungsi linear sederhana sangat akurat. Hal ini ditunjukkan dengan nilai kesalahan yang rata-rata relatif kecil. Kesalahan maksimal adalah sebesar 9.83 % dan kesalahan minimal adalah sebesar 0.01 %. Nilai % kesalahan rata-rata adalah 1.231 %.

4.3. Pengujian Program Terhadap Sekumpulan Data Acak

Untuk pengujian yang ketiga ini dilakukan dengan terlebih dahulu menentukan data x dan y secara acak. Pasangan data x dan y yang digunakan dalam pengujian adalah sebagaimana yang tercantum dalam **tabel 6.**

Tabel 6 :
Data nilai x dan y untuk pengujian program

x	y
0,1	8
2,7	23,1
3,1	34,5
4.5	40
5.3	50,3
6.8	63.8
7.2	70
8.2	84,7
9.9	92,8
10.4	94,4

Jika dilakukan analisa dengan menggunakan regresi linear, didapatkan f(x)=A + B.x dengan nilai konstanta A dan B masing-masing adalah 3,84 dan 8,99. Kemudian pada saat digunakan regresi polinomial orde 2 akan didapatkan fungsi kuadrat f(x)= A + B.x + C.x^2 dangan konstanta A, B dan C masing-masing fungsi -0,82 , 10,32 dan -0,09.

5. Kesimpulan

Dari hasil pengujian dan analisa terhadap contoh kasus 2 fungsi matematis yang berbeda yaitu fungsi linear dan fungsi kuadrat, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Rata-rata % kesalahan pengujian metode regresi linear untuk fungsi linear sederhana f(x)=1 + 5x adalah sebesar 0.00 %
2. Rata-rata % kesalahan pengujian metode regresi untuk fungsi linear sederhana adalah sebesar 1.231 %, dengan % kesalahan maksimal 9.83 % dan % kesalahan minimal 0.00 %.
3. Metode Regresi memiliki ketelitian yang cukup tinggi untuk fungsi linear sederhana dan fungsi kuadrat.
4. Dengan bantuan aplikasi bahasa pemrograman Delphi, metode regresi menjadi sangat bermanfaat dalam menentukan model matematis dari sekumpulan data, sehingga bisa diperkirakan trend dari data tersebut.

6. Referensi

[1] Inge Martina, Ir., ***36 Jam Belajar Komputer : Delphi 5.2***, Elex Media Komputindo – Kelompok Gramedia, Jakarta, 2000.

[2] Inge Martina, Ir., ***Database Menggunakan Delphi***, Elex Media Komputindo – Kelompok Gramedia, Jakarta, 2001.

[3] Korin, Israel, ***Computer Arithmetic Algorithm*****,** Prentice Hall

[4] Ipung, ***Aplikasi Program Dengan Turbo Pascal 5.5***, Elex Media Komputindo – Kelompok Gramedia, Jakarta, 1991